

## ТЕМА 4. ОСНОВИ СТАТИСТИЧНОЇ ТЕОРІЇ ІНФОРМАЦІЇ

### План:

1. Ентропія як міра ступеня невизначеності
2. Ентропія та інформація
3. Принцип необхідної різноманітності Ешбі
4. Альтернативні підходи до визначення кількості інформації

### Література:

1. *Волькенштейн М. В.* Энтропия и информация. — М.: Наука, 1986. — 192 с.
2. *Глушков В. М.* Введение в АСУ. — К.: Техника, 1972. — 312 с.
3. *Кальянов Г. Н.* CASE структурный системный анализ. — М.: Лори, 1996. — 242 с.
4. *Мамиконов А. Г.* Информация и управление. — М.: Наука, 1975. — 184 с.
5. *Марка Д. А., Мак-Гоуэ К.* Методология структурного анализа и проектирования: Пер. с англ. — М.: Наука, 1993. — 240 с.
6. *Одинцов Б. Е.* Проектирование экономических экспертных систем: Учеб. пособие для студ. вузов, обучающихся по специальности «Информационные системы в экономике» — М.: Компьютер, 1996. — 166 с.

### 1. Ентропія як міра ступеня невизначеності

Однією з головних властивостей навколишнього світу та подій, явищ, які в ньому відбуваються, є відсутність повної впевненості щодо їх настання. Це створює невизначеність у плануванні наших дій. Але зрозуміло, що ступінь цієї невизначеності залежно від ситуації випадках буде різною.

У процесі управління економічними системами (наприклад, виробництвом) постійно існує невизначеність щодо стану справ у керованому об'єкті та його дій (поводження) у той чи інший момент. Необхідно знати, як забезпечується виконання встановленої програми, плану дій, які справи з матеріально-технічним, фінансовим, енергетичним, інформаційним забезпеченням. Необхідно також мати вичерпну інформацію щодо стану ринкової кон'юнктури, економічної політики державних органів управління, діяльності конкурентів, партнерів, споживачів тощо. Невизначеність виникає і щодо вибору найбільш доцільного рішення з множини можливих (керувальний вплив). Для того щоб усунути цю невизначеність, необхідна інформація.

На практиці важливо вміти чисельно оцінювати ступінь невизначеності. Розглянемо випробування, яке має  $K$  рівноможливих результатів. Зрозуміло, що коли  $K = 1$ , результат випробувань не є випадковим і жодної невизначеності немає. Зі збільшенням  $K$  невизначеність зростає. Отже, числова характеристика невизначеності  $f(K)$  має бути  $f(1) = 0$  і зростати зі збільшенням  $K$ . Розглянемо два незалежні випробування  $\alpha$  і  $\beta$ . Нехай випробування  $\alpha$  має  $m$ , а випробування  $\beta$  —  $n$  результатів. Добуток подій  $\alpha\beta$  матиме  $mn$  результатів. Невизначеність випробування  $\alpha\beta$  буде більшою і від  $\alpha$ , і від  $\beta$ .

Природно припустити, що ступінь невизначеності випробування  $\alpha\beta$  дорівнює сумі невизначеностей, які характеризують випробування  $\alpha$  і  $\beta$ . Звідси дістаємо таку умову:  $f(mn) = f(m) + f(n)$ .

Визначимо вигляд цієї функції. Неважко переконатись, що логарифмічна функція  $y = \log(x)$  — єдина, яка має наведені властивості:

$$\log 1 = 0; \log x_2 > \log x_1 \text{ при } x_2 > x_1; \log(mn) = \log m + \log n.$$

Вибір основи системи логарифмів не принциповий, оскільки згідно з формулою  $\log_a b = \log_b a \log b$  перехід від однієї основи логарифмів до іншої зводиться до множення на коефіцієнт пропорційності.

У теорії інформації за основу логарифмів беруть число 2, тобто  $f(K) = \log_2(K)$ . Оскільки  $\log_2 2 = 1$ , то це означає: за одиницю

вимірювання невизначеності взято невизначеність, яка міститься у випробуванні, що має два рівноможливі результати (наприклад, у випробуванні з підкиданням монети).

Така одиниця вимірювання невизначеності називається бітом (bit — binary digit — двійкова цифра).

Розглянемо випробування, що має  $K$  рівномовірних результатів. Тоді таблицю результатів можна подати у вигляді табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Результати	$A_1$	$A_2$	...	$A_k$
Імовірність	$1/K$	$1/K$	...	$1/K$

Оскільки загальна невизначеність випробування дорівнює  $\log K$ , то можна вважати, що кожний окремий результат вносить у середньому таку невизначеність:

$$\frac{\log K}{K} = \frac{1}{K} \log K = \frac{-1}{K} \log K^{-1} = -\frac{1}{K} \log \frac{1}{K} = -P(A_i) \log P(A_i).$$

Щоб обчислити повну невизначеність, знайдемо суму невизначеностей усіх результатів:

$$-\sum_{i=1}^n P(A_i) \log P(A_i) = -\left(-\frac{1}{K}\right) K \log K = \log K.$$

Якщо ж результати випробувань мають різні ймовірності (табл. 4.2), то повна невизначеність буде така:

$$f(k) = -\sum P(A_i) \log_2 P(A_i).$$

Таблиця 4.2

Результати	$A_1$	$A_2$	.....	$A_k$
Імовірність	$P(A_1)$	$P(A_2)$	.....	$P(A_k)$

Цю величину (за аналогією зі статистичною фізикою) називають **ентропією**. Отже, ентропія випробування  $\alpha$  подається у вигляді

$$H(\alpha) = -\sum_{i=1}^n P(A_i) \log_2 P(A_i).$$

**Властивості ентропії.** 1.  $H(\alpha) \geq 0$  — додатно визначена функція ймовірностей  $P(A_i)$ .  
Справді:

$$P(A_i) \leq 1 \Rightarrow \log P(A_i) \leq 0 \Rightarrow P(A_i) \log P(A_i) \leq 0.$$

2.  $H(\alpha) = 0 \Rightarrow$  якщо  $P_j = 1$ , решта  $P_i = 0$ . У цьому випадку невизначеності немає:

$$Y = P_j \log_2 P_j = 1 \cdot \log_2 1 = 0, \text{ а решта членів } P_i \log P_i = \lim_{P_i \rightarrow 0} P_i \log P_i = 0.$$

3.  $\max H(\alpha) = \max[-\sum P(A_i) \log P(A_i)] = \log K$  при  $P(A_1) = \dots = P(A_k) = \frac{1}{k}$ , тобто  $\max H(\alpha)$  досягається за рівноможливих результатах.

Розглянемо два незалежні випробування (табл. 4.3).

Таблиця 4.3

$X$	$X_1$	$X_2$	...	$X_n$
$P$	$p_1$	$p_2$	...	$p_n$
$Y$	$Y_1$	$Y_2$	...	$Y_m$
$Q$	$q_1$	$q_2$	...	$Q_m$

**Означення.** Об'єднанням двох систем  $X$  і  $Y$  із можливими станами  $x = \{x_1, \dots, x_n\}$  і  $y = \{y_1, \dots, y_m\}$  називають складну систему  $(X, Y)$ , стан якої  $(x_i, y_j)$  містить усі можливі значення (комбінації) станів  $x_i, y_j$  систем  $X, Y$ .

Очевидно, що кількість можливих станів системи  $(X, Y)$  буде  $nm$ . Нехай  $P_{ij}$  — імовірність того, що система  $(X, Y)$  перебуватиме у стані  $(x_i, y_j)$ :  $P_{ij} = P[(X = x_i), (Y = y_j)]$  (табл. 4.4).

Таблиця 4.4

	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
$y_1$	$P_{11}$	$P_{12}$	...	$P_{1n}$
$y_2$	$P_{21}$	$P_{22}$	...	$P_{2n}$
...	...	...	...	...
$y_m$	$P_{m1}$	$P_{m2}$	...	$P_{mn}$

За означенням маємо:

$$H(x, y) = -\sum_i \sum_j P_{ij} \log P_{ij}, \quad H(x, y) = M[-\log P(x, y)].$$

Якщо системи  $X$  і  $Y$  незалежні, то  $P_{ij} = p_i q_j$ . Звідси випливає:

$$\begin{aligned} H(x, y) &= -\sum_i \sum_j p_i q_j \log p_i q_j = -\sum_i \sum_j [(p_i \log p_i) q_j + (q_j \log q_j) p_i] = \\ &= \sum_j q_j \sum_i p_i \log p_i + \sum_i p_i \sum_j q_j \log q_j = H(X) + H(Y). \end{aligned}$$

Отже, для незалежних систем виконується рівність:  $H(X, Y) = H(X) + H(Y)$ .

Цей висновок можна узагальнити на скінченну кількість систем: у результаті об'єднання незалежних систем їхні ентропії додаються:

$$H(X_1, X_2, \dots, X_S) = \sum_{j=1}^S H_j(X_j).$$

**Умовна ентропія.** Нехай маємо дві системи  $X$  і  $Y$ , які в загальному випадку залежні. Припустимо, що система  $X$  набула значення  $x_i$ . Позначимо через  $P(y_j/x_i)$  умовну ймовірність того, що система  $Y$  набуде стану  $y_j$  за умови, що система  $X$  перебуває у стані  $x_i$ :

$$P(y_j/x_i) = P(Y = y_j / X = x_i).$$

Визначимо умовну ентропію системи  $Y$  за умови, що система  $X$  перебуває у стані  $x_i$ :

$$H(y/x_i) = -\sum_j P(y_j/x_i) \log P(y_j/x_i) = M_{x_i}[-\log P(y/x_i)], \quad (4.1)$$

де  $M_{x_i}$  — оператор умовного математичного сподівання величини, що міститься в дужках, за умови  $X \sim x_i$ .

Умовна ентропія залежить від того стану  $x_i$ , якого набула система  $X$ ; для одних станів вона більша, для інших менша. Визначимо середню або повну ентропію системи  $Y$ , урахувавши, що система може набувати будь-яких значень. Для цього кожен умовну ентропію (4.1) помножимо на ймовірність відповідного стану  $P_i$ , а далі всі такі добутки додамо.

Отже, позначимо повну умовну ентропію через  $H(Y/X)$ . Тоді величина

$$H(Y/X) = \sum p_i H(Y/x_i) \quad (4.2)$$

за означенням буде *повною умовною ентропією*.

Скориставшись формулою (3.1) та взявши до уваги, що  $p_i H \times (Y/x_i) = P_{ij}$ , можна одержати:

$$H(Y/X) = M[-\log P(Y/X)] = -\sum_i \sum_j P_{ij} \log P(y_j/x_i). \quad (4.3)$$

Величина  $H(Y/X)$  характеризує ступінь невизначеності системи  $Y$ , що залишається після того, як стан системи  $X$  цілком визначився. Її називають **повною умовною ентропією** системи  $Y$  відносно  $X$ .

Для умовної ентропії справджується таке твердження: якщо дві системи  $X$  та  $Y$  поєднуються в одну, то ентропія об'єднаної системи буде дорівнювати сумі ентропій однієї з них та умовної ентропії іншої щодо першої:

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y/X); \quad H(X, Y) = H(Y) + H(X/Y). \quad (4.4)$$

У частинному випадку, коли системи  $X$  і  $Y$  незалежні, тобто  $H(Y/X) = H(Y)$ , маємо рівність:

$$H(X, Y) = H(X) + H(Y),$$

а в загальному випадку виконується нерівність:

$$H(X, Y) \leq H(X) + H(Y). \quad (4.5)$$

Співвідношення (4.5) впливає з того, що повна умовна ентропія не може перевищувати безумовної:  $H(Y/X) \leq H(Y)$ .

Розглянемо інший крайній випадок, коли станом однієї із систем  $X$  цілком визначається стан іншої  $Y$ . Тоді  $H(Y/X) = 0$ , а отже, маємо

$$H(X, Y) = H(X) = H(Y).$$

Інтуїтивно зрозуміло, що ступінь невизначеності системи не може зрости через те, що стан якоїсь іншої системи став відомим. Зі співвідношення (4.5) випливає, що невизначеність системи, її ентропія досягає максимуму, коли система незалежна.

## 2. Ентропія та інформація

Щойно ентропію було розглянуто як міру невизначеності системи. Зрозуміло, що з появою нових відомостей невизначеність може зменшитися. Чим більший обсяг зазначених відомостей, тим більше буде інформації про систему і тим менш невизначеним буде її стан. *Тому кількість інформації можна вимірювати зменшенням ентропії цієї системи, для уточнення стану якої призначено відомості.*

Розглянемо деяку систему  $X$ , щодо якої виконуються спостереження, і оцінимо інформацію, здобуту в результаті того, що стан системи став цілком відомим. До отримання відомостей ентропія системи була  $H(X)$ , а коли їх було отримано, стан системи цілком визначився, тобто ентропія стала дорівнювати нулю. Нехай  $I_x$  — інформація, здобута в результаті з'ясування стану системи  $X$ . Вона дорівнює зменшенню ентропії:

$$I_x = H(X) - 0 \Rightarrow I_x = H(X), \quad (4.6)$$

тобто кількість здобуваної інформації в разі повного з'ясування стану деякої фізичної системи дорівнює ентропії цієї системи. Формулу (4.6) можна записати докладніше:

$$I_x = -\sum P_i \log P_i, \quad (4.7)$$

де  $P_i = P(X = x_i)$ . Співвідношення (4.7) означає, що інформація  $I_x$  є усередненим (за всіма станами системи) значенням логарифма ймовірності стану (зі знаком «мінус»). Кожний окремих доданок  $(-\log P_i)$  можна розглядати як часткову інформацію від окремого повідомлення, яке полягає в тому, що система  $X$  перебуває у стані  $x_i$ . Позначивши цю інформацію через  $I_{x_i}$ , дістанемо:

$$I_{x_i} = -\log P_i. \quad (4.8)$$

Тоді інформація  $I_x$  буде середньою (повною) інформацією, що її було отримано від усіх можливих окремих повідомлень:

$$I_x = -\sum P_i \log P_i = M(-\log P(X)), \quad (4.9)$$

де  $X$  — кожний (випадковий) стан системи  $X$ .

Оскільки  $0 \leq P_i \leq 1$ , то як часткова  $I_{x_i}$ , так і повна  $I_x$  невід'ємні. Якщо всі можливі стани рівноможливі ( $P_1 = P_2 = \dots = P_n = 1/n$ ), то

$$I_{x_i} = -\log p = \log n, \quad I_x = n \left( \frac{1}{n} \log n \right) = \log n.$$

Ми розглядали інформацію про стан деякої системи  $X$ , отриману за допомогою безпосереднього її спостереження. На практиці система  $X$  найчастіше буває недоступна безпосередньому спостереженню, і стан її з'ясовується за допомогою деякої системи  $Y$ , певним чином пов'язаної з нею. Наприклад, замість безпосереднього спостереження за літаком ведеться спостереження за екраном локатора і т. ін.

Розбіжності між системою  $X$ , яка нас безпосередньо цікавить, і спостережуваною системою  $Y$  можуть бути двох типів.

1. Розходження за рахунок того, що система  $Y$  «грубіша», менш різноманітна, є гомоморфним образом  $X$ , тому деякі стани  $X$  не відображуються в  $Y$ .

2. Розбіжності за рахунок помилок: неточностей вимірювання параметрів системи  $X$  і помилок у передаванні повідомлень.

У разі, коли зазначені системи  $X$  та  $Y$  різні, постає запитання: яку кількість інформації про систему  $X$  дасть спостереження над системою  $Y$ ?

Природно визначити цю інформацію як зменшення ентропії системи  $X$  в результаті отримання відомостей про стан системи  $Y$ :

$$I_{Y \rightarrow X} = H(X) - H(X/Y). \quad (4.10)$$

Справді, доти, доки відомостей про систему  $Y$  не було, ентропія системи  $X$  становила  $H(X)$ . Після отримання відомостей «залишкова» ентропія стала  $H(X/Y)$ . Отож знищена відомостями ентропія і є інформація  $I_{Y \rightarrow X}$ .

Величину  $I_{Y \rightarrow X}$  називають **повною, або середньою, інформацією** про систему  $X$ , що міститься в системі  $Y$ .

Можна довести, що  $I_{Y \rightarrow X} = I_{X \rightarrow Y}$ . Позначимо через  $I_{X \leftrightarrow Y} = I_{X \rightarrow Y} = I_{Y \rightarrow X}$ . Інформацію  $I_{X \leftrightarrow Y}$  називають **повною взаємною інформацією**, що міститься в системах  $X$  та  $Y$ .

Якщо системи незалежні, то  $H(X/Y) = H(X)$  і  $I_{X \leftrightarrow Y} = 0$ , тобто повна взаємна інформація, що міститься в незалежних системах, дорівнює нулю. Це природно, оскільки неможливо дістати відомості про систему, спостерігаючи замість неї іншу, з нею не пов'язану.

Розглянемо випадок, коли стан системи  $X$  цілком визначає стан системи  $Y$ . Тоді  $H(X/Y) = 0$  і, навпаки,  $H(Y/X) = 0$ , тобто системи еквівалентні:

$$H(X/Y) = H(Y/X) = 0 \Rightarrow I_{X \leftrightarrow Y} = I_X = I_Y = H(X) = H(Y). \quad (4.11)$$

Якщо між системами  $X$  та  $Y$  існує зв'язок, причому  $X$  — більш різноманітна, ніж  $Y$ , причому  $H(X/Y) = 0$ , тоді

$$I_{X \leftrightarrow Y} = H(Y) - H(Y/X) = H(Y),$$

тобто повна взаємна інформація  $I_{X \leftrightarrow Y}$ , що міститься в системах, одна з яких є підлеглою, дорівнює ентропії підлеглої системи.

Виведемо формулу для інформації. З огляду на те, що

$$H(Y/X) = H(X/Y) - H(Y),$$

дістанемо:

$$I_{X \leftrightarrow Y} = H(X) - H(X/Y) = H(X) + H(Y) - H(X, Y). \quad (4.12)$$

Отже, повна взаємна інформація, що міститься у двох системах, дорівнює сумі ентропій обох систем, що становлять систему, за винятком ентропії системи, утвореної перерізом даних систем.

Графічно це можна зобразити так, як показано на рис. 4.1.

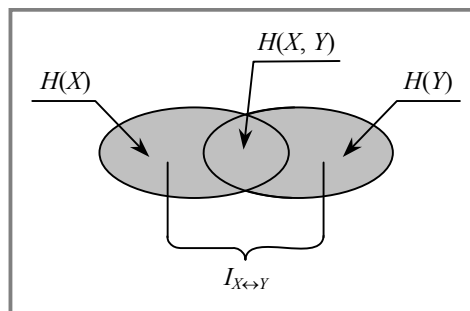


Рис. 4.1. До визначення повної взаємної інформації

$$H(Y) = M(-\log P(Y));$$

$$H(X) = M(-\log P(X));$$

$$H(X, Y) = M(-\log P(X, Y)).$$

Звідси, можемо записати:

$$I_{X \leftrightarrow Y} = M[-\log P(X) - \log P(Y) + \log P(X, Y)] = M \left[ \log \frac{P(X, Y)}{P(X)P(Y)} \right];$$

$$I_{X \leftrightarrow Y} = M \left[ \log \frac{P(X, Y)}{P(X)P(Y)} \right] \Rightarrow I_{X \leftrightarrow Y} = \sum_i \sum_j P_{ij} \log \frac{P_{ij}}{p_i r_j},$$

де  $P_{ij} = P(X = x_i; Y = y_j)$ ,  $p_i = P(X = x_i)$   $r_j = P(Y = y_j)$ .

### 3. Принцип необхідної різноманітності Ешбі

Розглянемо три системи  $X$ ,  $R$ ,  $Y$ . Вони деяким способом пов'язані між собою (рис. 4.2). Нехай різноманітність цих систем буде відповідно

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}, Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}, R = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}.$$

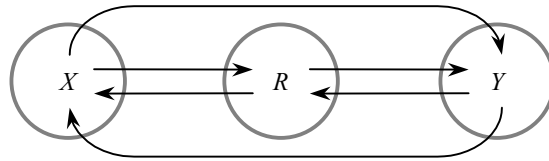


Рис. 4.2. Унаочнення принципу Ешбі

Ця різноманітність є невизначеністю щодо стану, в якому перебуває система. Таку невизначеність можна схарактеризувати ентропією:  $H(X)$ ,  $H(R)$ ,  $H(Y)$ . Введемо також умовні ентропії  $H(X/R)$ ,  $H(Y/R)$ .

Розглянемо тепер дві системи  $X$  і  $Y$ . Припустимо, що різноманітність системи  $Y$  менша за різноманітність  $X$ , тобто система  $Y$  є гомоморфним образом  $X$ . Постає запитання: як можна зменшити різноманітність системи  $X$ , або як можна зменшити її невизначеність, тобто ентропію  $H(X)$ ?

Нехай система  $R$  цілком визначена. Тоді, оскільки невизначеність системи  $X$  більша, ніж системи  $Y$ , маємо нерівність

$$H(X/R) \geq H(Y/R). \quad (4.13)$$

За будь-яких причинних чи інших взаємозв'язків між  $R$  і  $Y$  дістаємо:

$$H(YR) = H(Y) + H(R/Y) = H(R) + H(Y/R). \quad (4.14)$$

Згідно з (3.13), можемо записати

$$H(Y) + H(R/Y) \leq H(R) + H(X/R) = H(XR). \quad (4.15)$$

Але для будь-яких систем

$$H(XR) \leq H(X) + H(R). \quad (4.16)$$

Тому, підставляючи (3.16) у (3.15), дістаємо:

$$\begin{aligned} H(X) + H(R) &\geq H(Y) + H(R/Y) \Rightarrow \\ \Rightarrow H(X) &\geq H(Y) + H(R/Y) - H(R). \end{aligned} \quad (4.17)$$

Зі співвідношення (4.17) випливає, що ентропія системи  $X$  має мінімум, і цей мінімум досягається при  $H(R/Y) = 0$ , тобто в разі, коли стан системи  $R$  цілком визначений і відомий стан системи  $Y$ . А це буде тоді, коли  $R$  є однозначною функцією від  $Y$  (її гомоморфний образ).

Отже, якщо  $H(R/Y) = 0$ , то

$$\min H(X) = H(Y) - H(R). \quad (4.18)$$

Це і є відомий «принцип необхідної різноманітності» Р. Ешбі, який постулює таке:

*Мінімальне значення різноманітності системи  $X$  можна зменшити тільки за рахунок збільшення різноманітності системи  $R$ .*

Інакше його можна сформулювати так: *тільки різноманітність у системі  $R$  може зменшити різноманітність, яка існує в  $X$ , тільки різноманітність може знищити різноманітність.*

#### 4. Альтернативні підходи до визначення кількості інформації

Статистична теорія інформації пов'язує поняття інформації зі зниженням невизначеності (ентропії) стану об'єкта. Підходи й математичний апарат для кількісного визначення інформації та ентропії, що їх розробили К. Шенон та Н. Вінер, виявилися корисними в технічних застосуваннях (теорії зв'язку) — оптимізації кодування, передавання, зберігання інформації тощо.

Їхні праці з теорії інформації сприяли розумінню того, що не існує абсолютної інформації про об'єкт, визначення інформації залежить від вибраної моделі об'єкта. Оскільки залежно від мети дослідження вибирають різні моделі з різним описом станів об'єкта, то й з'ясування інформації про об'єкт залежить від мети та завдань дослідника. Адже в одних і тих самих даних міститься різна кількість інформації для різних завдань управління.

Однак статистична теорія інформації не набула поширення для задач обробки інформації, призначеної для управління економічними об'єктами. Це пояснюється тим, що її підходи не враховують специфіки економічної інформації (зокрема, відкидаються змістовні взаємозв'язки, ігнорується зміст та корисність інформації для досягнення мети — цінність, доцільність).

Наприклад, кількість інформації на символ є лише усередненою мірою невизначеності появи цього символу. Тому загальна кількість інформації, що міститься в деякому повідомленні ( $I = -\sum p_i \log p_i$ ), ніяк не пов'язується зі змістовністю і корисністю цієї інформації для одержувача.

Інформативність повідомлень для одержувача залежить від його сфери інтересів, роду занять, мети дослідження тощо. Отже, необхідно враховувати різні аспекти оцінки кількості інформації: не лише за формально-структурними ознаками, а й за змістом та практичною цінністю для одержувача.

Однією з найбільш важливих властивостей інформації є її корисність. Але бути корисним може тільки те, що має сенс для даної системи. Реальні (зокрема, економічні) системи перебувають у процесі постійного перетворення, причому будь-яке елементарне перетворення в системі є подією. Кожна подія супроводжується повідомленням, яке є інформаційним еквівалентом події. З огляду на сказане інформація — це повідомлення, яке має сенс для даної системи. Але значення будуть мати тільки ті повідомлення, які обмежують різноманітність поведінки досліджуваної системи в напрямку її пристосування до середовища.

Наведемо деякі інші міркування та підходи до визначення кількості інформації.

**Семантичний підхід.** Один із методів обчислення кількості семантичної інформації полягає в тому, щоб визначати її через так звану логічну ймовірність, що являє собою ступінь підтвердження тієї чи іншої гіпотези. При цьому кількість семантичної інформації, що міститься в повідомленні, зростає зі зменшенням ступеня підтвердження гіпотези. Отже, якщо логічна ймовірність дорівнює одиниці, тобто якщо вся гіпотеза побудована на відомих даних та цілком підтверджується повідомленням, то таке повідомлення не приносить адресатові нічого нового і семантична інформація дорівнює нулю. (Наприклад, повідомлення «Волга впадає в Каспійське море».) І навпаки, зі зменшенням ступеня підтвердження гіпотези (чи, інакше кажучи, апріорного знання) кількість семантичної інформації, що її доставляє повідомлення, зростає.

З описаним підходом до визначення інформаційної змістовності повідомлень стикається запропонована Ю. Шрейдером ідея, що ґрунтується на врахуванні «запису знань» (тезауруса) одержувача.

**Тезаурусом** (грец. «скарб») називають словник, в якому наведено не тільки значення окремих слів, а й змістовні зв'язки між ними (наприклад, тлумачний словник Даля). У розглядуваному контексті під тезаурусом розуміють деякий узагальнений довідник, що визначає рівень знань одержувача про повідомлення. При цьому повідомлення, що містять нову для одержувача інформацію, змінюють, збагачують його тезаурус.

Якщо повідомлення не вносить нічого нового в тезаурус одержувача, то природно вважати, що змістовна семантична інформація дорівнює нулю. Якщо одне з двох повідомлень змінює тезаурус незначно, а друге вносить до нього істотні зміни, то природно вважати, що друге повідомлення є змістовнішим, несе в собі значно більший обсяг семантичної інформації. При цьому під зміною тезауруса слід розуміти не тільки появу нових понять, а й встановлення нових зв'язків між ними, ліквідацію застарілих понять чи зв'язків тощо.

**Прагматичний підхід.** Визначаючи інформацію, ми зазначали, що однією з властивостей інформації є використання її у процесах управління. А коли інформація

використовується для управління, то її, природно, належить оцінювати з позицій корисності, цінності, доцільності для досягнення поставленої мети управління.

Тому кожне одержуване ланками управління повідомлення важливо оцінювати не з погляду пізнавальних характеристик, а з прагматичного, тобто з боку корисності чи цінності для виконання функцій управління.

Виходячи з таких міркувань, А. Харкевич запропонував міру цінності інформації  $I_{ц}$  визначати як зміну ймовірності досягнення мети в разі отримання цієї інформації:

$$I_{ц} = \log p_1 - \log p_0 = \log \frac{p_1}{p_0},$$

де  $p_0$  — початкова (до отримання відомостей) ймовірність досягнення мети;

$p_1$  — ймовірність досягнення мети після отримання інформації.

При цьому можливі три різні випадки:

1. Отримана інформація не змінює ймовірності, тобто  $p_1 > p_0 \Rightarrow \Rightarrow I_{ц} = 0$ . Таку інформацію називають **порожньою**.

2. Якщо ймовірність досягнення мети збільшується:  $p_1 > p_0 \Rightarrow \Rightarrow I_{ц} > 0$ , то прагматична інформація зростає.

3. Якщо ймовірність зменшилася:  $p_1 < p_0 \Rightarrow I_{ц} < 0$ , це означає, що отримана інформація є негативною, тобто **дезінформацією**.

Зауважимо, що прагматичні та семантичні оцінки важко розмежувати, а в деяких випадках вони збігаються.