

Балансовые задачи - средствами Excel

В статье приведена методика решения балансовых задач в экономике с помощью реализованных в Excel методов линейной алгебры (см. также статью [1]), которая может использоваться в учебном процессе как студентами, так и преподавателями. Авторы не задавались целью излагать в статье теоретические основы решения таких задач [2], а стремились продемонстрировать на конкретных примерах, с какой легкостью решаются в Excel [3, 4] эти трудоемкие задачи

Теоретическая справка

Рассмотрим экономическую систему, которая имеет несколько областей (секторов), производящих определенные товары и услуги, например, промышленность, сельское хозяйство, транспорт. При производстве товаров и услуг в каждом секторе расходуются ресурсы, которые вырабатываются как в данном секторе, так и в других секторах хозяйства. Это означает, что в системе межотраслевых связей каждый сектор экономики выступает одновременно производителем и потребителем.

В открытой системе межотраслевых связей вся произведенная продукция (совокупный продукт) распределяется на две части: одна часть продукции (промежуточный продукт) идет на использование в производящих секторах, а другая ее часть (конечный продукт) потребляется вне сферы материального производства - в секторе конечного спроса. Если весь совокупный продукт экономической системы используется только в производящих секторах, то есть конечный продукт отсутствует, то такая система межотраслевых связей называется закрытой.

Обозначим:

x_i - объем выпуска i -го сектора,

$i = \overline{1; n}$ (объем товаров и услуг, произведенных в одном из n производящих секторов); элементы x_i формируют вектор выпуска X ;

y_i - конечный продукт i -го сектора (объем продукции i -го сектора, который потребляется в секторе конечного спроса); элементы y_i формируют вектор конечного спроса Y ;

b_{ij} - объем товаров и услуг i -го сектора, который потребляется в j -м секторе; элементы b_{ij} формируют матрицу межотраслевого баланса B , содержащую информацию обо всей экономической системе, то есть о производящих секторах и секторе конечного спроса;

$a_{ij} = \frac{b_{ij}}{x_j}$ - количество продукции i -го производящего сектора, который расходуется при производстве одной единицы продукции j -го производящего сектора (коэффициенты прямых затрат или технологические коэффициенты); элементы a_{ij} формируют матрицу прямых затрат A (структурную матрицу экономики или технологическую матрицу).

Состояние экономической системы, когда объем продукции каждого производящего сектора, равняется суммарному объему его продукции, которое потребляется производственными секторами и сектором конечного спроса, называется межотраслевым балансом. В приведенных обозначениях имеем соотношение баланса (все величины, которые входят в уравнение, выражены в единицах стоимости):

$$x_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} + y_i, \quad i = \overline{1; n}$$

Соотношения баланса, записанные через коэффициенты прямых затрат a_{ij} , имеют вид:

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + y_i, \quad i = \overline{1; n}$$

$$j=1$$

ИЛИ

$$x_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = y_i, \quad i = \overline{1, n}$$

Последние равенства описывают технологию производства и структуру экономических связей: от каждого производственного сектора поступает в сектор конечного спроса та часть изготавливаемой продукции, которая остается после того, как обеспечены потребности производящих секторов.

Соотношение баланса в матричной форме будет иметь вид: $(E - A)X = Y$,

где X - вектор выпуска, Y - вектор конечного спроса.

Одна из основных задач межотраслевого баланса - при заданной структурной матрице экономической системы в условиях баланса найти совокупный выпуск, необходимый для удовлетворения заданного спроса.

Предположим, что на протяжении некоторого промежутка времени коэффициенты прямых затрат a_{ij} остаются постоянными, а конечный спрос может изменяться. Изменение выпуска хотя бы в одном секторе экономики будет служить причиной пропорционального изменения затрат всех производящих секторов. Будем иметь связь между выпуском и затратами. Коэффициентами пропорциональности этой связи и являются элементы структурной матрицы экономики. То есть, в линейной модели "затраты - выпуск" соотношения баланса описывают связь неизвестного выпуска с заданным спросом. Эти соотношения позволяют определить, каким должен быть совокупный выпуск в каждом секторе, чтобы удовлетворить изменяющиеся потребности общества.

Языком линейной алгебры это означает, что нужно решить систему линейных алгебраических уравнений $(E - A)X = Y$ относительно неизвестного вектора X при заданной матрице системы $(E - A)$ и правой части Y .

Если матрица $(E - A)$ имеет обратную, то решение системы линейных алгебраических уравнений определяется по формуле

$$X = (E - A)^{-1} \cdot Y$$

ИЛИ

$$X = S \cdot Y,$$

$$\text{где } S = (E - A)^{-1} = \{S_{ij}\}_{i, j = \overline{1, n}}.$$

Матрица S называется матрицей полных затрат, матрица $C = S - E$ - матрицей полных внутренних затрат, матрица $C' = C - A$ - матрицей побочных затрат.

Если записать выражение компонентов вектора выпуска X через компоненты вектора конечного спроса Y :

$$x_i = \sum_{j=1}^n S_{ij} y_j, \quad i = \overline{1, n},$$

то элемент S_{ij} матрицы S показывает, на сколько нужно увеличить выпуск i -го сектора x_i при увеличении на единицу продукции конечного спроса j -го сектора y_j .

Известно, что в экономической системе с заданной структурной матрицей A спрос всегда удовлетворяется, если для любого вектора спроса Y существует вектор выпуска $X = (E -$

$A)^{-1}$, все компоненты которого неотрицательны. Доказано, что для этого должны выполняться условия Хаукинса-Саймона:

$$\begin{vmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} & \dots & -a_{1n} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} & \dots & -a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \dots & 1 - a_{nn} \end{vmatrix} > 0; \quad \begin{vmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} & \dots & -a_{1,n-1} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} & \dots & -a_{2,n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n-1,1} & -a_{n-1,2} & \dots & 1 - a_{n-1,n-1} \end{vmatrix} > 0;$$

$$\dots$$

$$\begin{vmatrix} 1 - a_{11} & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 - a_{22} \end{vmatrix} > 0; \quad 1 - a_{11} > 0.$$

Ниже приведена методика решения конкретной балансовой задачи средствами пакета Excel.

Задача

Рассматривается модель экономики, в которой выделены четыре сектора: три производящих сектора (промышленность, сельское хозяйство, транспорт) и домашние хозяйства как сектор конечного спроса. Структура экономики, описанная в таблице межотраслевого баланса, приведена в таблице (объемы определены в единицах стоимости).

Межотраслевой баланс открытой экономической системы					
	Промышленность	Сельское хозяйство	Транспорт	Домашние хозяйства (сектор конечного спроса)	Общий выпуск
Промышленность	10	30	180	100	320
Сельское хозяйство	16	50	120	60	246
Транспорт	14	15	140	80	249

Для данной задачи средствами пакета Excel выполнить следующие задания:

1. Определить:

1.1) новый вектор выпуска X_1 для данного вектора конечного спроса

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 70 \\ 80 \\ 90 \end{pmatrix},$$

а также вектор $dX_1 = X_1 - X$, компоненты которого есть изменения нового вектора выпуска X_1 соответственно по каждой области в сравнении со старым вектором выпуска X ;

1.2) матрицу полных внутренних затрат C ;

1.3) матрицу побочных затрат C' .

2. Вычислить новый вектор выпуска X_2 , а также новый вектор конечного спроса Y_2 , если в домашних хозяйствах экономической системы (сектор конечного спроса) спрос на промышленные товары увеличится на 9%, спрос на продукцию сельского хозяйства

уменьшится на 8%, спрос на транспортные услуги уменьшится на 11%?

3. Как изменится выпуск каждого сектора, если в экономической системе в целом спрос на промышленные товары

3.1) увеличится на 2%?

3.2) уменьшится на 4%?

4. Как изменится выпуск каждого сектора, если в экономической системе в целом спрос на продукцию сельского хозяйства

4.1) увеличится на 6%?

4.2) уменьшится на 3%?

5. Как изменится выпуск каждого сектора, если в экономической системе в целом спрос на транспортные услуги

5.1) увеличится на 5%?

5.2) уменьшится на 10%?

Решение задачи

Процесс решения задачи состоит из двух этапов. На первом этапе осуществляется подготовительная работа, результаты которой используются на втором этапе при решении всех без исключения заданий данной задачи.

Для удобства работы создадим книгу Excel, которая будет иметь несколько рабочих листов: лист Z - для подготовительного этапа, рабочие листы Z1, Z2, Z3, Z4, Z5 - для дальнейшего выполнения вышеизложенных заданий.

1-й этап

Информация из таблицы (рис.1) заносится в диапазон ячеек B3:F5, где диапазон ячеек B3:E5 занимают элементы матрицы B межотраслевого баланса.

Для удобства содержимое ячеек из диапазона B3:E5 заносится в отдельный диапазон ячеек B7:E9, из которого в дальнейшем черпается вся необходимая для решения задачи информация об экономической системе. Для этого в ячейку B7 заносится формула: =B3, а затем эта формула с помощью маркера заполнения копируется с относительными ссылками на весь диапазон ячеек B7:E9.

Далее следует выполнить следующие действия:

- Для формирования вектора конечного спроса Y заносим содержимое ячеек диапазона E7:E9 в отдельный диапазон ячеек B11:B13. Для этого в ячейку B11 заносится формула: =E7, и затем эта формула копируется с помощью маркера заполнения на диапазон ячеек B12:B13.
- Вектор выпуска X размещаем в диапазоне ячеек D11:D13. Элементы вектора X вычисляются таким образом: в ячейку D11 вводится формула: =СУММ(B7:E7) и копируется с помощью маркера заполнения на диапазон ячеек D12:D13.
- В диапазоне ячеек B15:D17 создаем структурную матрицу экономики A. Коэффициенты матрицы A вычисляются таким образом: элементы каждого столбца матрицы B, которые соответствуют производящим секторам, следует разделить на соответствующий (с тем же номером) элемент вектора выпуска X. Используя абсолютные и относительные адреса ячеек, вводим формулу таким образом, чтобы ее можно было копировать в остальные ячейки отведенного диапазона. Для этого в ячейку B15 записываем формулу: =B7/\$D\$11 (знак доллара в адресе ячейки указывает на фиксирование этой позиции при копировании формулы). С помощью маркера заполнения полученная формула копируется в остальные ячейки диапазона B16:B17. Аналогично вводим в ячейку C15 формулу: =C7/\$D\$12 и копируем ее в

диапазон C16:C17, в ячейку D15 записываем формулу: =D7/\$D\$13 и копируем ее в диапазон D16:D17. Напомним, что для записи адреса ячейки с абсолютными ссылками можно воспользоваться нажатием клавиши F4 или введением знака \$ с клавиатуры.

- В диапазоне ячеек B19:D21 записываем единичную матрицу E, а в диапазоне ячеек B23:D25 создаем матрицу . Для вычисления первого элемента этой матрицы следует записать в ячейку B23 формулу: =B19-B15 и распространить эту формулу с помощью маркера заполнения на диапазон ячеек B23:D25.

Для проверки выполнения условия Хаукинса-Саймона вычисляем для матрицы E - A с помощью встроенной функции МОПРЕД все ее главные миноры, то есть определители 1, 2 и 3-го порядков, и записываем их значение соответственно в диапазон ячеек B27:B29.

Для вычисления, например, главного минора 3-го порядка матрицы E - A активизируем ячейку B29 и вызовем Мастер функций f_x . В появившемся окне в списке Категория выбираем категорию Математические, а в списке Функция - функцию МОПРЕД. Далее нажимаем кнопку ОК. В окне Аргументы функции вводим диапазон ячеек B23:D25 и нажимаем клавишу ОК.

По данной методике вычисляются также главные миноры других порядков. Следует отметить, что для вычисления главного минора 2-го порядка в окне Аргументы функции указываем диапазон ячеек B23:C24, а для главного минора 1-го порядка - адрес ячейки B23.

Таким образом, в диапазоне ячеек B27:B29 определены главные миноры 1, 2 и 3-го порядков матрицы E - A. Поскольку все эти определители положительны, то можем сделать вывод, что условие Хаукинса-Саймона выполняется. А это означает, что в экономической системе с заданной структурной матрицей A спрос всегда удовлетворится.

Далее с помощью встроенной функции МОБР создаем матрицу полных затрат $S = (E - A)^{-1}$:

- выделяем диапазон ячеек B31:D33, где будет находиться обратная матрица;
- активизируем Мастер функций f_x и в списке Категория выбираем категорию Математические, а в списке Функция - функцию МОБР, и нажимаем клавишу ОК;
- на экране появляется диалоговое окно Аргументы функции, в котором указываем диапазон ячеек B23:D25, то есть местоположение матрицы E - A;
- для того, чтобы в блоке расчетных данных было видно не только значения первой ячейки, а и значения всего блока обратной матрицы, нажимаем и отпускаем клавишу F2, а потом нажимаем комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter.

Делаем промежуточную проверку полученных результатов, то есть правильности вычисления элементов матрицы полных затрат S, используя свойство обратной матрицы:

$$(E - A)(E - A)^{-1} = E.$$

Для этого:

- выделяем диапазон ячеек B35:D37, где будет находиться произведение матрицы E - A и ее обратной матрицы $S = (E - A)^{-1}$;
- активизируем Мастер функций f_x и среди функций категории Математические выбираем функцию МУМНОЖ;
- в окне Аргументы функции вводим диапазоны ячеек матриц, произведение которых вычисляется, а именно диапазон ячеек B23:D25 матрицы E - A и диапазон ячеек B31:D33 матрицы S, то есть будет введена формула:

$$= \text{МУМНОЖ}(B23:D25;B31:D33);$$

- для получения на экране результата нажимаем и отпускаем клавишу F2, а потом нажимаем комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter, т.е. вводим нашу формулу как формулу массива.

С получением матрицы полных затрат заканчивается подготовительный этап.

На рис.2а приведен фрагмент рабочего листа Z с реализацией подготовительного этапа решения задачи, а на рис.2б - соответствующее содержимое ячеек этого рабочего листа.

	A	B	C	D	E	F
1	Мини-экономический баланс открытой экономической системы					
2		Продажа-покупка	Сельское хозяйство	Транспорт	Домашнее хозяйство	Остаток
3	Группа-продукт	10	30	180	100	320
4	Сельское хозяйство	16	60	120	60	245
5	Транспорт	14	15	140	80	249
6						
7		10	30	180	100	
8	Р=	16	60	120	60	
9		14	15	140	80	
10						
11		100			320	
12	Y=	60			245	
13		60			249	
14		0,03	0,13	0,72		
15		0,05	0,30	0,48		
16	A=	0,04	0,06	0,56		
17						
18		1	0	0		
19		0	1	0		
20	E=	0	0	1		
21						
22						
23		0,02	-0,12	-0,72		
24	E-A=	-0,05	0,80	-0,48		
25		-0,04	-0,06	0,44		
26						
27	col_1=	0,97				
28	col_2=	0,77				
29	col_3=	0,38				
30						
31		1,16	0,35	2,29		
32	S=	0,16	1,82	1,82		
33		0,14	0,23	3,77		
34						
35		1	0	0		
36	(E-A)^-1=	0	1	0		
37		0	0	1		

	A	B	C	D	E	F
1	Мини-экономический баланс открытой экономической системы					
2		Продажа-покупка	Сельское хозяйство	Транспорт	Домашнее хозяйство	Остаток
3	Группа-продукт	10	30	180	100	320
4	Сельское хозяйство	16	60	120	60	245
5	Транспорт	14	15	140	80	249
6						
7		10	30	180	100	
8	Р=	16	60	120	60	
9		14	15	140	80	
10						
11		100			320	
12	Y=	60			245	
13		60			249	
14		0,03	0,13	0,72		
15		0,05	0,30	0,48		
16	A=	0,04	0,06	0,56		
17						
18		1	0	0		
19		0	1	0		
20	E=	0	0	1		
21						
22						
23		0,02	-0,12	-0,72		
24	E-A=	-0,05	0,80	-0,48		
25		-0,04	-0,06	0,44		
26						
27	col_1=	0,97				
28	col_2=	0,77				
29	col_3=	0,38				
30						
31		1,16	0,35	2,29		
32	S=	0,16	1,82	1,82		
33		0,14	0,23	3,77		
34						
35		1	0	0		
36	(E-A)^-1=	0	1	0		
37		0	0	1		

Переходим к выполнению заданий.

Задание 1

Задание выполняем на рабочем листе Z1.

1.1 Напомним, в задании 1.1 для данного вектора конечного спроса

$$Y1 = \begin{pmatrix} 70 \\ 80 \\ 90 \end{pmatrix},$$

следует определить новый вектор выпуска $X1$, а также вектор $dX1 = X1 - X$.

Для этого поступаем следующим образом:

- в диапазоне ячеек B1:B3 записываем известный вектор конечного спроса $Y1$;
- в диапазоне ячеек D1:D3 определяем новый вектор выпуска $X1$. Вычисление осуществляем с использованием встроенной математической функции умножения массивов - МУМНОЖ, а также такого инструмента Excel как формулы массива. Процедура вычисления произведения матрицы S на вектор $Y1$ состоит из следующих шагов:

- активизируем Мастер функций f_x и среди функций категории Математические выбираем функцию МУМНОЖ;
- в окне Аргументы функции вводим диапазоны ячеек массивов, произведение которых вычисляется, а именно диапазон ячеек B31:D33 матрицы S на рабочем листе Z и диапазон ячеек B1:B3 нового вектора конечного спроса $Y1$, то есть будет введена формула: =МУМНОЖ(Z!B31:D33;B1:B3);
- для получения на экране решения нажимаем и отпускаем клавишу F2, а потом нажимаем комбинацию клавиш Ctrl+Shift+Enter.

с) В диапазоне ячеек F1:F3 вычисляем величину $dX1$, то есть определяем, на какую величину по каждой области соответственно изменился новый вектор выпуска $X1$ при

изменении вектора конечного спроса Y1. Для этого:

- активизируем ячейку F1 и записываем формулу определения разности между первыми компонентами нового вектора выпуска и его предыдущим значением (в данном случае для сектора промышленности), то есть =D1-Z!D11;
- копируем эту формулу, используя маркер заполнения, на ячейки F2, F3 и получаем искомое значение разности для других векторов.

Фрагменты рабочего листа Z1 с результатами и формулами, которые были использованы в процессе решения задания 1.1, приведены на рис.3а и рис.3б.

	A	B	C	D	E	F
1		70		315,26		-464
2	Y1=	80	X1=S*Y1=	267,68	α(X1-K1-X)	41,88
3		90		277,21		28,21

	A	B	C	D	E	F
1		70		=M14-C14/D11: C33.E1.B31		=D1-Z!D11
2	Y1=	80	X1=S*Y1=	=M14-C14/D11: C33.E1.B31	α1=1-X	=C2-D12
3		90		=M14-C14/D11: C33.E1.B31		=C2-D13

1.2 Искомую матрицу полных внутренних затрат C, каждый элемент которой вычисляется как разность соответствующих элементов матриц S и E, расположим в диапазоне ячеек B5:D7.

Для вычисления первого элемента матрицы C в ячейке B5 следует выполнить следующие действия:

- активизировать ячейку с адресом B5 и ввести из клавиатуры знак равенства;
- перейти на рабочий лист Z и щелкнуть левой кнопкой мыши по ячейке B31;
- ввести из клавиатуры знак минус;
- щелкнуть левой кнопкой мыши по ячейке B19 рабочего листа Z;
- нажать клавишу ОК.

После этого ячейка B5 будет содержать формулу = Z!B31-Z!B19. Поскольку другие коэффициенты матрицы C вычисляются аналогично, остается лишь воспользоваться маркером заполнения для копирования уже набранной формулы на весь диапазон ячеек B5:D7.

Фрагменты рабочего листа Z1 с результатами решения задания 1.2 и формулами, которые были использованы при этом, приведены на рис.4а и рис.4б.

	A	B	C	D
5		0,15	0,35	2,29
6	C=S - E =	0,16	0,42	1,82
7		0,14	0,23	1,77

	A	B	C	D
5		=Z!B31-Z!B19	=Z!C31-Z!C19	=Z!D31-Z!D19
6	C=S - E =	=Z!B32-Z!B20	=Z!C32-Z!C20	=Z!D32-Z!D20
7		=Z!B33-Z!B21	=Z!C33-Z!C21	=Z!D33-Z!D21

1.3 Искомую матрицу побочных затрат C', каждый элемент которой вычисляется как разность соответствующих элементов матриц C и A, расположим в диапазоне ячеек B9:D11. Элементы матрицы C' вычисляем по аналогии с предыдущим заданием.

Фрагменты рабочего листа Z1 и результаты решения задания 1.3 и формулы, которые были при этом использованы, приведены на рис.5а и рис.5б.

	A	B	C	D
9		0,12	0,23	1,57
10	C'=C - A =	0,11	0,21	1,34
11		0,09	0,17	1,20

	A	B	C	D
9		=B5-Z!B15	=C5-Z!C15	=D5-Z!D15
10	C'=C - A =	=B6-Z!B16	=C6-Z!C16	=D6-Z!D16
11		=B7-Z!B17	=C7-Z!C17	=D7-Z!D17

Задание 2

В этом задании необходимо вычислить новый вектор выпуска X2 и новый вектор конечного спроса Y2, если заданный вектор конечного спроса

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$$

изменился на

$$dY = \begin{pmatrix} 0,09y_1 \\ -0,08y_2 \\ -0,11y_3 \end{pmatrix}$$

Задание выполняем на рабочем листе Z2. В диапазоне ячеек B1:B3 определяем вектор dY, состоящий из изменений величин каждого элемента в векторе конечного спроса Y. По ранее описанной методике в диапазоне ячеек D1:D3 вычисляем вектор dX, состоящий из изменений элементов вектора выпуска X в связи с изменением вектора конечного спроса Y на вектор dY, по формуле $dX = S(dY)$.

В диапазоне ячеек B5:B7 определяем новый вектор конечного спроса Y2 по формуле $Y2 = Y + dY$, а в диапазоне ячеек D5:D7 - новый вектор выпуска X2 по формуле $X2 = X + dX$.

В диапазонах ячеек B10:B12 и D10:D12 приведена проверка результатов расчета.

Фрагменты рабочего листа Z с результатами решения задания 2 и формулами, которые были использованы при этом, приведены на рис.6а и рис.6б.

	A	B	C	D	
1		9,00		-11,49	
2		dY=	-4,00	dX=S*dY=	-21,40
3			-8,80		-24,23
4					
5			109,00		300,51
6		Y2=Y+dY=	55,20	X2=X+dX=	224,60
7			71,20		224,77
8					
9		Проверка вычислений			
10			109,00		300,51
11		Y2=(E-A)*X2=	55,20	X2=S*Y2=	224,60
12			71,20		224,77

	A	B	C	D
1		=D10/D11		=A10/A11*B11/B12
2		=E20/E21		=D20/D21*B11/B12
3		=E30/E31		=D30/D31*B11/B12
4				
5		=D11*B1		=E21*B1
6		=D21*B2		=E31*B2
7		=D31*B3		=E41*B3
8				
9		Проверка вычислений		
10		=D10*(E-A)*(E10)		=D10*(E-A)*(E10)
11		=D20*(E-A)*(E10)		=D20*(E-A)*(E10)
12		=D30*(E-A)*(E10)		=D30*(E-A)*(E10)

Задание 3

Задания выполняем на рабочем листе Z3.

1.1 Осуществляем следующие действия:

- Величина dP1, то есть часть выпуска промышленных товаров, которая соответствует 2% увеличения спроса на эти товары, вычисляется в ячейке B2 по формуле $=0,02*Z!D11$.
- Изменение dX вектора выпуска X, которое произойдет благодаря повышению на 2% спроса на промышленные товары, определяется как произведение величины dP1 на первый столбец матрицы S и вычисляется в диапазоне ячеек D1:D3 с использованием формулы массива. Напомним, что изменение вектора выпуска производственных секторов при увеличении (уменьшении) на одну единицу спроса на промышленные товары определяется элементами первого столбца матрицы S, то есть элементами S₁₁, S₂₁, S₃₁. Значения этих элементов показывают, что при увеличении (уменьшении) спроса на промышленные товары на 1,00 выпуск промышленных товаров увеличится (уменьшится) на 1,15; выпуск продукции сельского хозяйства увеличится (уменьшится) на 0,16; объем транспортных услуг увеличится (уменьшится) на 0,14.
- вычисляем новый вектор выпуска X3 в диапазоне ячеек F1:F3 по формуле $X3 = X + dX$.

Фрагменты рабочего листа Z3 с результатами решения и формулами, которые были использованы при этом, приведены на рис.7а и рис.7б.

	A	B	C	D	E	F	
1				7,39		327,39	
2		dP1=	5,40	dX=	0,99	X3=X+dX=	245,99
3				0,03		249,03	

	A	B	C	D	E	F	
1				=B2*B11:B31		=D11*401	
2		dP1=	=0,02*B11	dX=	=B2*B11:B31	X3=X+dX=	=D12*401
3				=B2*B11:B31		=D13*401	

1.2 По аналогии с предыдущей задачей осуществляем следующие операции:

- Вычисляем часть выпуска промышленных товаров dP_2 , на которую приходится 4% уменьшения спроса на эти товары, а именно, заносим в ячейку B6 формулу: $= -0,04 * Z!D11$.
- изменение dX вектора выпуска X , которое произойдет благодаря снижению на 4% спроса на промышленные товары, определяется как произведение величины dP_2 на первый столбец матрицы S и вычисляется в диапазоне ячеек D5:D7 с использованием формулы массива.
- вычисляем новый вектор выпуска X_4 в диапазоне ячеек F5:F7 по формуле $X_4 = X + dX$.

Фрагменты рабочего листа Z3 с результатами решения задания 3.2 и формулами, которые были использованы при этом, приведены на рис.8а и рис.8б.

	A	B	C	D	E	F
5				=14,77		=305,20
6	$dP_2 =$	=-12,00	$dX =$	=-1,99	$X_4 = X + dX =$	=244,01
7				=-1,75		=247,26

	A	B	C	D	E	F
5				=B6*ZC31:C33		=ZD11+D5
6	$dP_2 =$	=-0,04*ZD11	$dX =$	=L6*ZC31:D33	$X_4 = X + dX =$	=ZD12+D6
7				=B6*ZC31:D33		=ZD13+D7

Задание 4

Задания выполняем на рабочем листе Z4.

Решения заданий 4.1, 4.2 выполняется по методике, приведенной при решении заданий 3.1, 3.2. Поэтому ограничимся лишь приведением фрагментов рабочих листов с полученными результатами, а также формулами для каждого задания.

Следует напомнить, что изменение вектора выпуска производственных секторов при увеличении (уменьшении) на одну единицу спроса на продукцию сельского хозяйства определяется элементами второго столбца матрицы S , то есть элементами S_{12} , S_{22} , S_{32} . Значения этих элементов показывают, что при увеличении (уменьшении) спроса на продукцию сельского хозяйства на 1,00 выпуск промышленных товаров увеличится (уменьшится) на 0,35; выпуск продукции сельского хозяйства увеличится (уменьшится) на 1,42; объем транспортных услуг увеличится (уменьшится) на 0,23.

4.1)

	A	B	C	D	E	F
1				=5,20		=325,20
2	$dS_1 =$	=14,76	$dX =$	=20,93	$X_5 = X + dX =$	=266,93
3				=3,43		=252,43

	A	B	C	D	E	F
1				=B2*ZC31:C33		=ZD11+D1
2	$dS_1 =$	=0,06*ZD12	$dX =$	=B2*ZC31:C33	$X_5 = X + dX =$	=ZD12+D2
3				=B2*ZC31:C33		=ZD13+D3

4.2)

	A	B	C	D	E	F
5				=-2,60		=317,40
6	$dS_2 =$	=-7,38	$dX =$	=-10,46	$X_6 = X + dX =$	=235,54
7				=-1,72		=247,28

	A	B	C	D	E	F
5				=B6*ZC31:C33		=ZD11+D5
6	$dS_2 =$	=-0,03*ZD12	$dX =$	=B6*ZC31:C33	$X_6 = X + dX =$	=ZD12+D6
7				=B6*ZC31:C33		=ZD13+D7

Задание 5

Результаты решения заданий 5.1, 5.2 получаются по методике решения заданий 3.1, 3.2. Поэтому ограничимся лишь наведением фрагментов рабочих листов с полученными результатами и формулами для каждого задания.

Полезно напомнить, что изменение вектора выпуска производственных секторов при увеличении (уменьшении) на одну единицу спроса на транспортные услуги определяется элементами третьего столбца матрицы S , то есть элементами S_{13} , S_{23} , S_{33} . Значения этих элементов показывают, что при увеличении (уменьшении) спроса на транспортные услуги на 1,00 выпуск промышленных товаров увеличится (уменьшится) на 2,29; выпуск продукции сельского хозяйства увеличится (уменьшится) на 1,82; объем транспортных услуг увеличится (уменьшится) на 2,77.

5.1)

	A	B	C	D	E	F
1				20,55		340,55
2	$\sigma T1 =$	12,45	$\sigma X =$	22,53	$X7 = X + \sigma X =$	268,53
3				34,45		263,45

	A	B	C	D	E	F
1				=B2*2031,033		=20311,01
2	$\sigma T1 =$	=0,06*2013	$\sigma X =$	=B2*2031,033	$X7 = X + \sigma X =$	=20312,02
3				=B2*2031,033		=20313,03

5.2)

	A	B	C	D	E	F
5				-57,11		262,68
6	$\sigma T2 =$	-24,90	$\sigma X =$	-45,25	$X8 = X + \sigma X =$	200,75
7				-68,89		180,11

	A	B	C	D	E	F
5				=B6*2031,033		=20311,05
6	$\sigma T2 =$	=0,1*2013	$\sigma X =$	=B6*2031,033	$X8 = X + \sigma X =$	=20312,06
7				=B6*2031,033		=20313,07

Литература

1. В.В.Гавриленко, Л.М.Парохненко. Excel и системы линейных алгебраических уравнений. // Компьютеры+Программы, 2001. - №7-8. - С.50-51.
2. Терехов Л.Л. Экономико-математические методы. - М.: Статистика, 1968. - 300 с.
3. Долженков В.А., Колесников Ю.В. Microsoft Excel 2000. - СПб.: БХВ Санкт-Петербург, 1999. - 1088 с.
4. Excel 2000. Библия пользователя.: Пер.с англ...: Уч. пос. - М.: Вильямс, 2000. - 960 с.

Гавриленко В.В.,
 доктор физ.-мат. наук, профессор;
Парохненко Л.М.,
 ассистент
 (Национальный транспортный университет)