

2016

# ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА



Економіко-математичні  
методи і моделі  
(оптимізаційні методи і  
моделі)

## Транспортна задача

На замовлення будівельної організації пісок перевозиться від трьох постачальників (кар'єрів) трьом споживачам (будівельним майданчикам). Вартість на доставку входить у собівартість об'єкта, що споруджується, тому будівельна організація зацікавлена забезпечити потреби своїх будмайданчиків у піску якнайдешевше.

Задано:

- ✓ Запаси піску на кар'єрах (постачальників) – 120, 100, 80 тон.
- ✓ Потреби (споживання) піску будмайданчиків (споживачів) – 90, 90, 120 тон.
- ✓ Питомі витрати – ціна (грн./т) на транспортування між кожною парою «постачальник – споживач» задані такою таблицею:

	Буд 1	Буд 2	Буд 3	<i>Запаси</i>
Кар'єр 1	7	6	4	<b>120</b>
Кар'єр 2	3	8	5	<b>100</b>
Кар'єр 3	2	3	7	<b>80</b>
<i>Потреби (споживання)</i>	<b>90</b>	<b>90</b>	<b>120</b>	

Скласти такий план перевезень вантажу від постачальників до споживачів, щоб вартість перевезень була **мінімальною**, вантаж від постачальників був вивезений, а потреби споживачів – задоволені.

### Хід розв'язання.

Треба визначити:

- ✓ Схему оптимальних перевезень для задоволення потреб (звідки і куди), за якими загальні витрати були б мінімальними.
- ✓ Величину цих витрат і
- ✓ Відповідні об'єми перевезень (скільки).

Таким чином, результатом буде матриця перевезень (матриця рішень), кожен елемент якої визначає СКІЛЬКИ, номер рядка показує ЗВІДКИ, а стовпця – КУДИ треба перевезти піску.

Як бачимо, транспортна мережа характеризується вартісними показниками (питомими витратами, грн./т), а обмеження – кількісними (запаси, потреби, тон).

Розв'язком прямої задачі є: **план** (кількість), а двоїстої до неї – **вартісні оцінки обмежень** (запасів, потреб), значення цільових функцій для них співпадають. Таким чином, розв'язок прямої задачі є відповіддю на запитання «як краще доставити» і «скільки це буде коштувати», а двоїстої задачі – «що далі зробити», щоб покращити отриманий результат (а саме, щоб *знижити* транспортні витрати).

## Хід роботи

Економіко-математична модель:

$$Z=7x_{11}+6x_{12}+4x_{13}+3x_{21}+8x_{22}+5x_{23}+2x_{31}+3x_{32}+7x_{33} \rightarrow \min$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{11}+x_{12}+x_{13}=120 \\ x_{21}+x_{22}+x_{23}=100 \\ x_{31}+x_{32}+x_{33}=80 \end{array} \right. \quad \text{запаси}$$
  

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{11}+x_{12}+x_{13}=90 \\ x_{21}+x_{22}+x_{23}=90 \\ x_{31}+x_{32}+x_{33}=120 \end{array} \right. \quad \text{потреби споживання}$$

$$x_j \geq 0 \quad (i=1,2,3; \quad j=1,2,3)$$

1. Заповнити вихідні дані за такою формою:

	A	B	C	D	E	F
1	<b>Транспортна задача</b>					
2						
3	Матриця вартості					
4	7	6	4			
5	3	8	5			
6	2	3	7			
7						
8	Матриця рішення					
9				Запаси		
9				120		
10				100		
11				80		
12				Цільова функція		
13	90	90	120			
14	Споживання					
15						
16						

2. У E13 ввести формулу цільової функції:  
(Вставка – Функція - Математические)

$$=СУММПРОИЗВ(A4:C6,A9:C11)$$

➤ Встановити курсор у полі **Массив 1**, виділити діапазон **A4:C6**

Microsoft Excel - Транспортна задача

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

СуммПРОИЗВ  $\times$   $\checkmark$   $\text{fx}$  =СУММПРОИЗВ(A4:C6)

1																
2																
3																
4																
5																
6																
7																
8																
9																
10																
11																
12																
13																
14																
15																
16																
17																
18																
19																
20																
21																
22																

Аргументы функции

СУММПРОИЗВ

Массив1: A4:C6 = {7;6;4;3;8;5;2;3;7}

Массив2: = массив

Массив3: = массив

= 45

Возвращает сумму произведений соответствующих элементов массивов или диапазонов.

Массив1: массив1;массив2;... от 2 до 30 массивов, чьи компоненты нужно перемножить, а затем сложить полученные произведения. Все массивы должны иметь одну и ту же размерность.

Справка по этой функции      Значение: 45      OK      Отмена

➤ Встановити курсор у полі Массив 2, виділити діапазон A9:C11

Microsoft Excel - Транспортна задача

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

СуммПРОИЗВ  $\times$   $\checkmark$   $\text{fx}$  =СУММПРОИЗВ(A4:C6;A9:C11)

1																
2																
3																
4																
5																
6																
7																
8																
9																
10																
11																
12																
13																
14																
15																
16																
17																
18																
19																
20																
21																
22																

Аргументы функции

СУММПРОИЗВ

Массив1: A4:C6 = {7;6;4;3;8;5;2;3;7}

Массив2: A9:C11 = {0;0;0;0;0;0;0;0;0}

Массив3: = массив

= 0

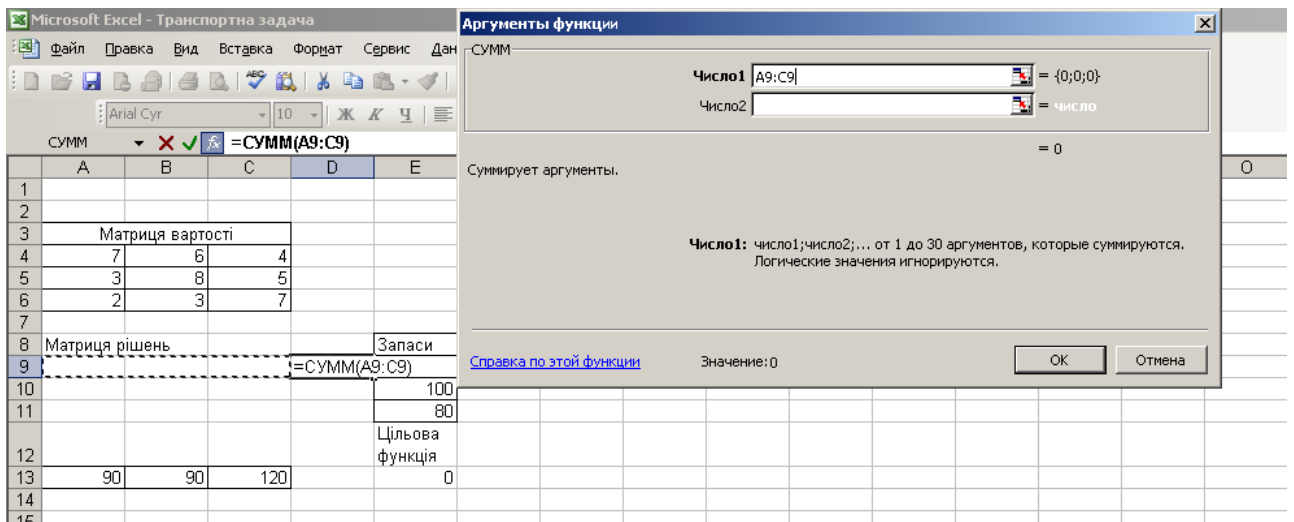
Возвращает сумму произведений соответствующих элементов массивов или диапазонов.

Массив2: массив1;массив2;... от 2 до 30 массивов, чьи компоненты нужно перемножить, а затем сложить полученные произведения. Все массивы должны иметь одну и ту же размерность.

Справка по этой функции      Значение: 0      OK      Отмена

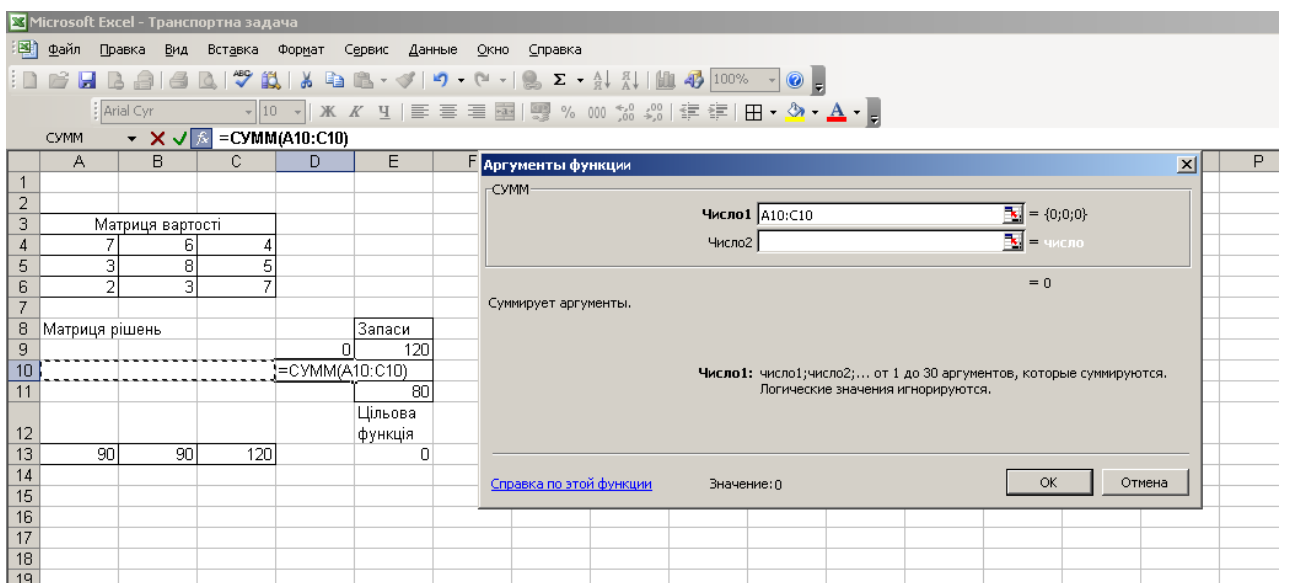
3. У клітинку D9 записується формула (сумування змінних у першому рядку матриці рішень, що відповідає **запасам** першого постачальника):

$$= \text{СУММ} (A9:C9)$$



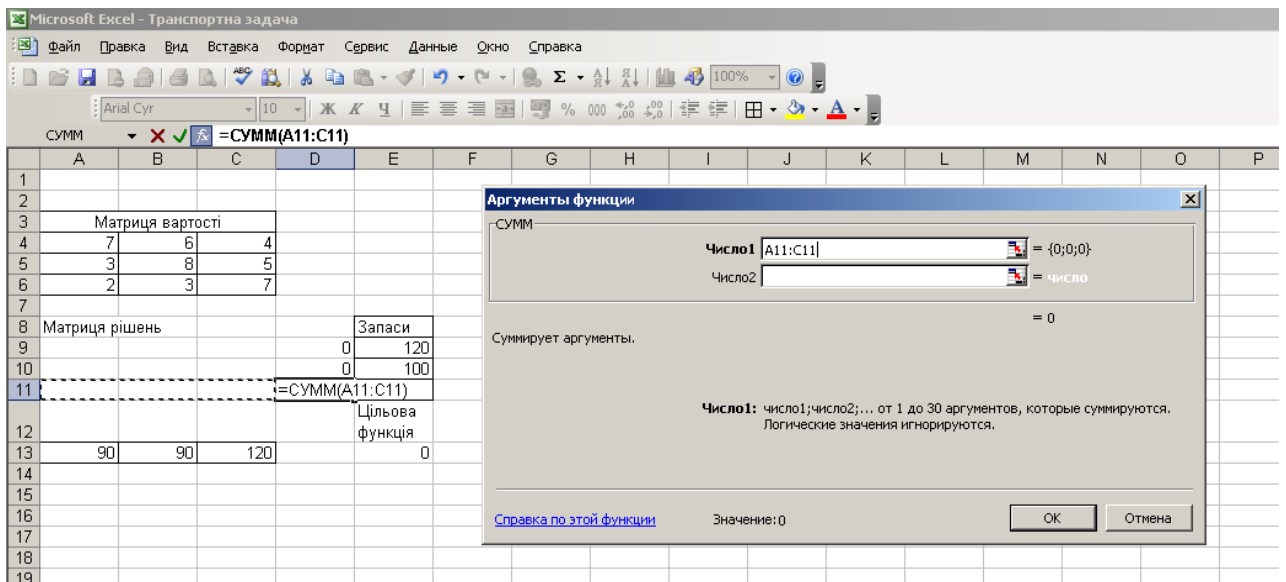
D10:

У клітинку D10 записується формула (сумування змінних у *другому* рядку матриці рішень, що відповідає **запасам** *другого* постачальника)  
**= СУММ (A10:C10)**

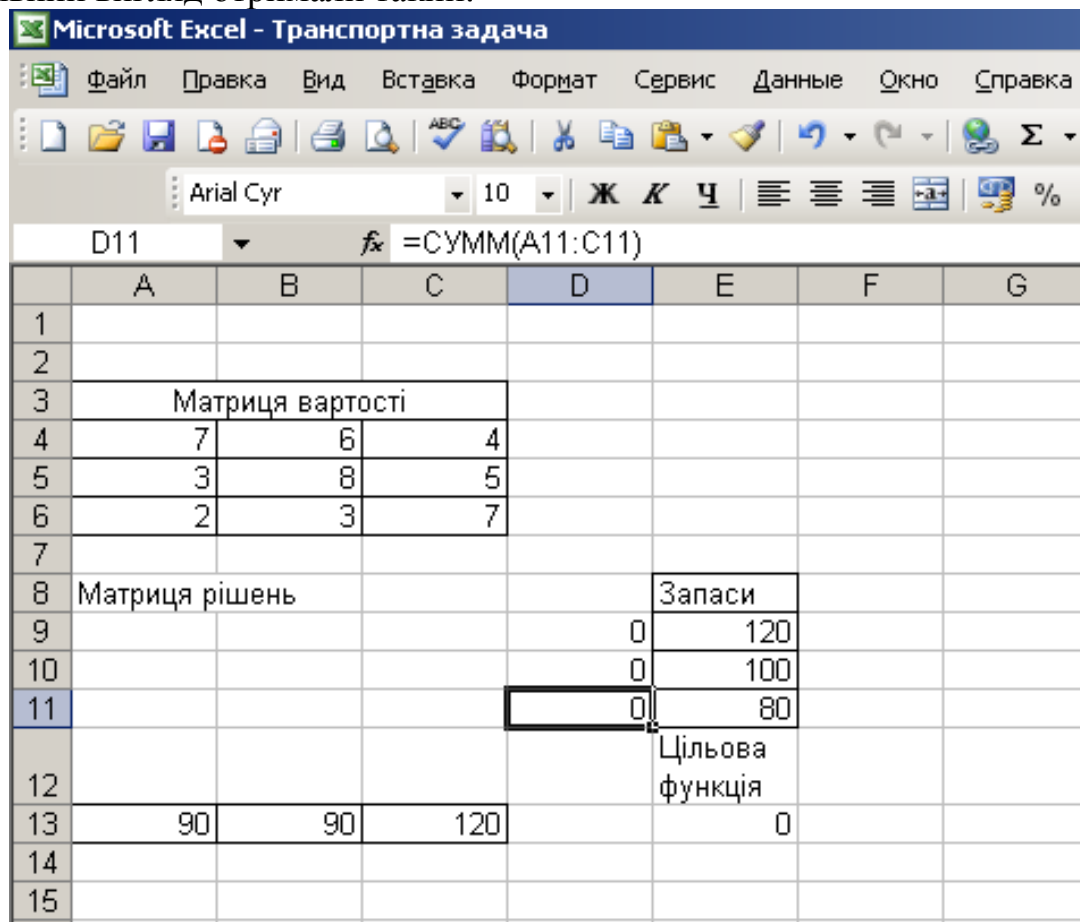


D11:

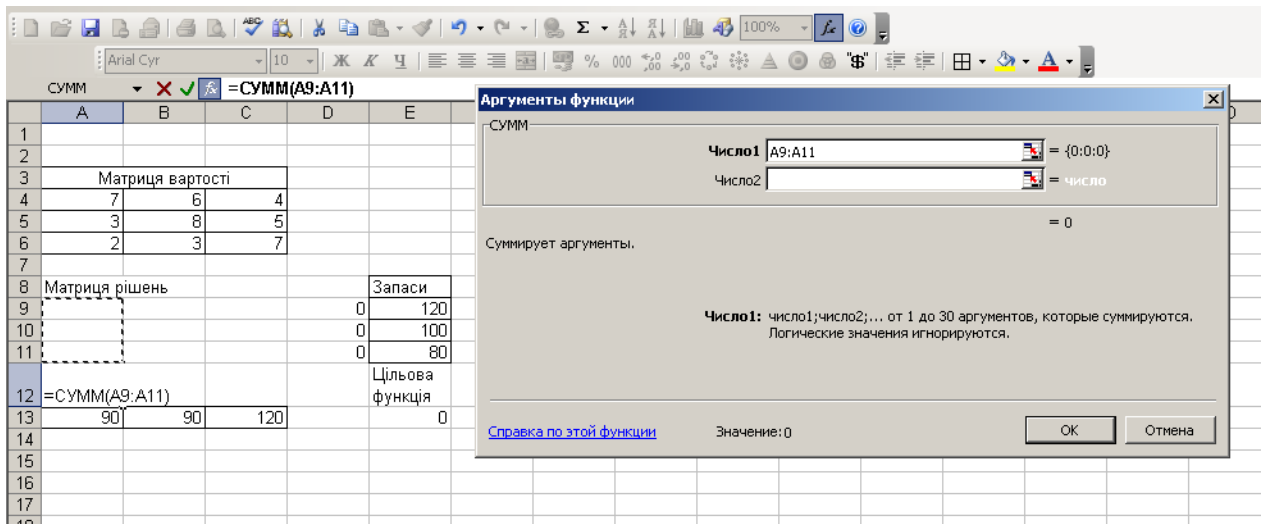
У клітинку D11 записується формула (сумування змінних у *третьому* рядку матриці рішень, що відповідає **запасам** *третього* постачальника)  
**= СУММ (A11:C11)**



Загальний вигляд отримали такий:



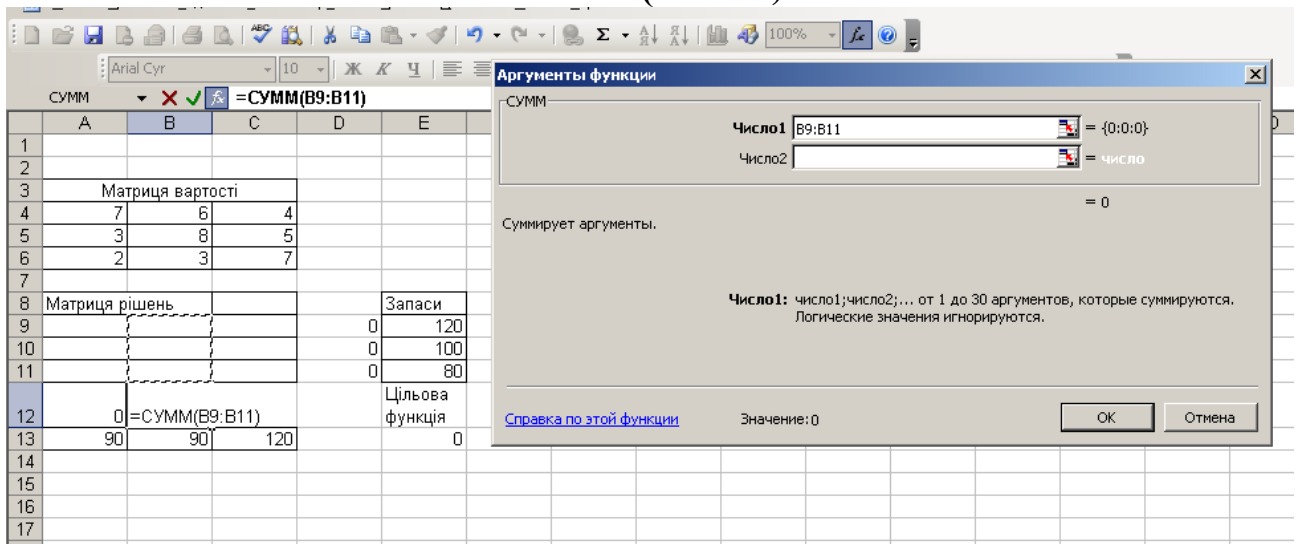
4. У клітинку A12 записуємо формулу сумування змінних у першому стовпці матриці рішення, що відповідає *потребі першого споживача*:  
**= СУММ (A9:A11)**



B12:

У клітинку B12 записуємо формулу сумування змінних у другому стовпці матриці рішення, що відповідає *потребі другого споживача*:

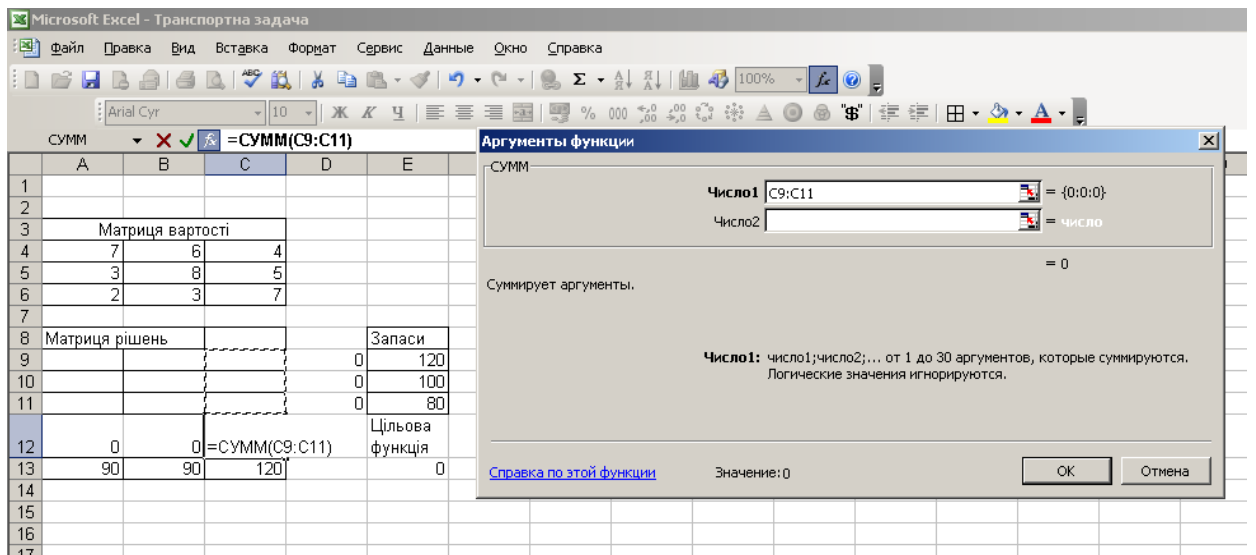
$$= \text{СУММ} (B9:B11)$$



C12:

У клітинку C12 записуємо формулу сумування змінних у третьому стовпці матриці рішення, що відповідає *потребі третього споживача*:

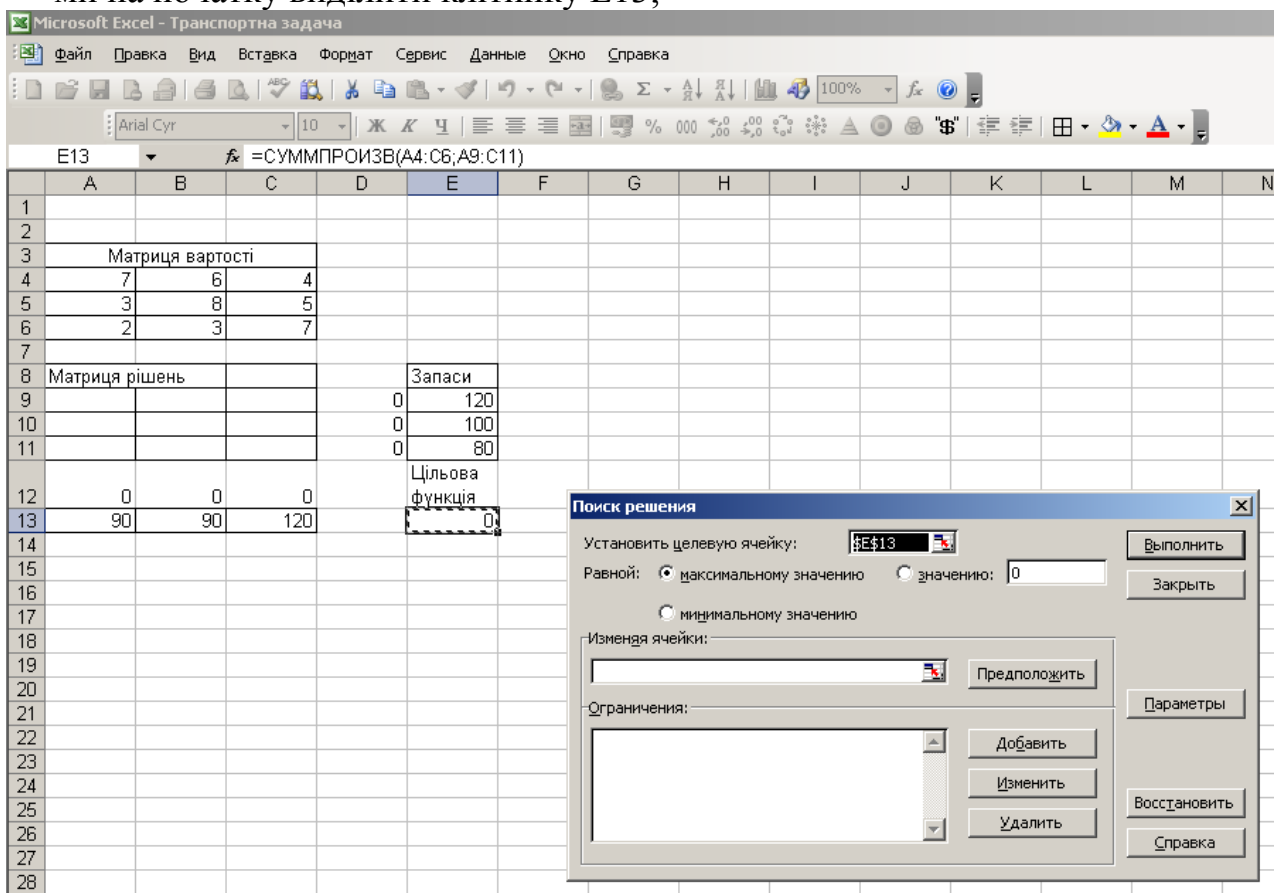
$$= \text{СУММ} (C9:C11)$$



5. Виділити E13 (цільова функція), активізувати:

### Сервис – Поиск решения

➤ Рядок Установить целевую ячейку уже є заповненим, оскільки ми на початку виділили клітинку E13;

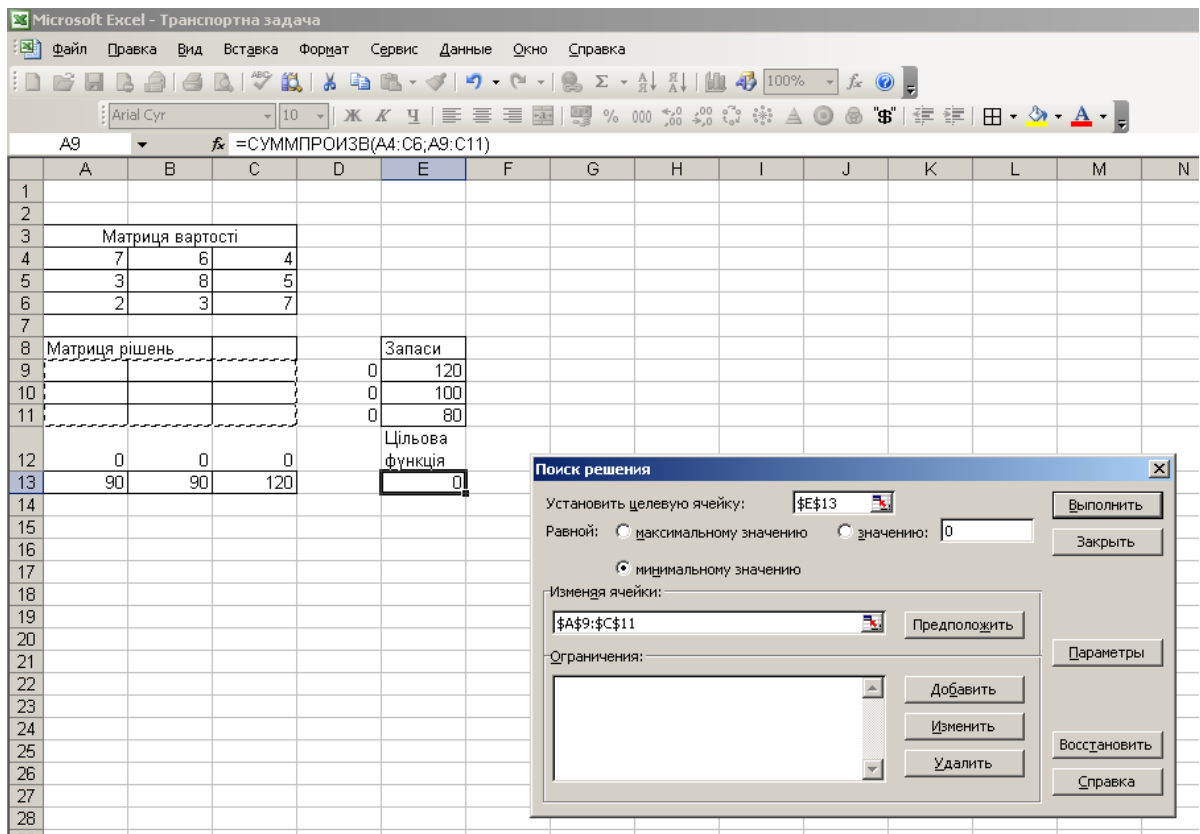


➤ Включити параметр оптимізації (за нашою умовою задачі):

**минимальному значению**

➤ У полі **Изменяя ячейки** – виділити масив **A9:C11** – це наша матриця рішення





Далі ставимо курсор у поле **Ограничения** і натискаємо кнопку **Добавить**. Відкриється вікно **Добавление ограничения**.  
 Задаємо обмеження згідно *потреб споживачів*:

У полі **Ссылка на ячейку** вибираємо клітинки A12, B12, C12  
 У полі **Ограничения** вибираємо клітинки A13, B13, C13

$$A12=A13, B12=B13, C12=C13$$

Потім задамо обмеження *згідно запасів*:

У полі **Ссылка на ячейку** вибираємо клітинки D9, D10, D11  
 У полі **Ограничения** вибираємо клітинки E9, E10, E11

$$D9=E9, D10=E10, D11=E11$$

*(У вікні **Добавление ограничения** обмеження виставляються для 6-ти пар клітинок)*

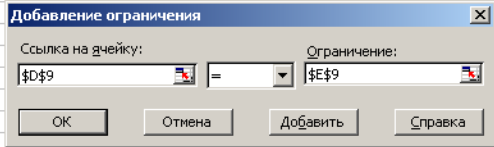
Обмеження вибираємо так (згідно умови задачі):

1.



4.

2				
3	Матриця вартості			
4	7	6	4	
5	3	8	5	
6	2	3	7	
7				
8	Матриця рішень			
9				Запаси
10				0 120
11				0 100
12				0 80
13	0	0	0	Цільова
14	90	90	120	функція
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				



Добавление ограничения

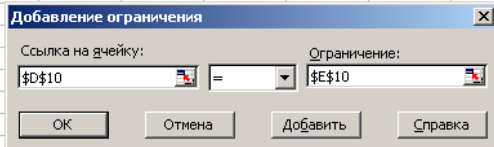
Ссылка на ячейку: \$D\$9 = Ограничение: \$E\$9

ОК Отмена Добавить Справка

Натиснути **Добавить**

5.

2				
3	Матриця вартості			
4	7	6	4	
5	3	8	5	
6	2	3	7	
7				
8	Матриця рішень			
9				Запаси
10				0 120
11				0 100
12				0 80
13	0	0	0	Цільова
14	90	90	120	функція
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				



Добавление ограничения

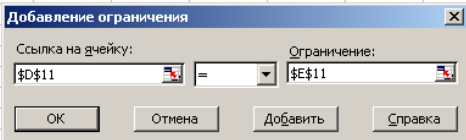
Ссылка на ячейку: \$D\$10 = Ограничение: \$E\$10

ОК Отмена Добавить Справка

Натиснути **Добавить**

6.

2				
3	Матриця вартості			
4	7	6	4	
5	3	8	5	
6	2	3	7	
7				
8	Матриця рішень			
9				Запаси
10				0 120
11				0 100
12				0 80
13	0	0	0	Цільова
14	90	90	120	функція
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				



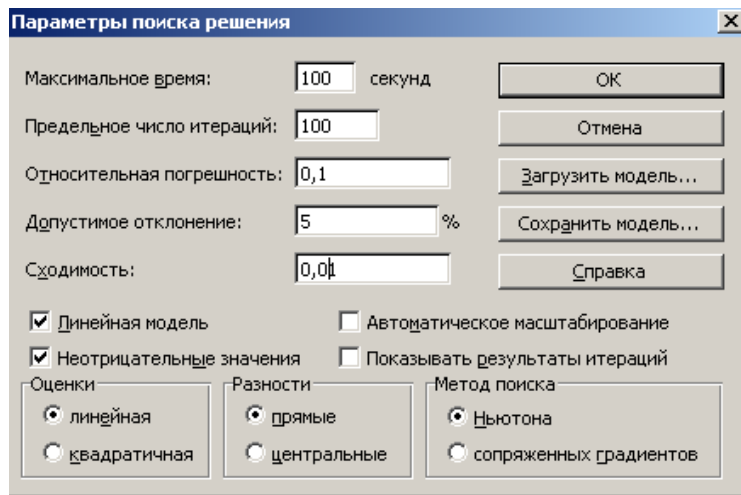
Добавление ограничения

Ссылка на ячейку: \$D\$11 = Ограничение: \$E\$11

ОК Отмена Добавить Справка

Натиснути **ОК**.





Натиснути **ОК**.

Відкриється наступне вікно настройки **Поиск решения**:

Excel spreadsheet showing a linear programming problem. The formula bar shows  $=\text{СУММПРОИЗВ}(A4:C6;A9:C11)$ .

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2														
3	Матрица вартості													
4	7	6	4											
5	3	8	5											
6	2	3	7											
7														
8	Матрица рішень				Запаси									
9				0	120									
10				0	100									
11				0	80									
12	0	0	0		Цільова функція									
13	90	90	120		0									
14														
15														
16														
17														
18														
19														
20														
21														
22														
23														
24														
25														
26														
27														
28														
29														

**Поиск решения**

Установить целевую ячейку:  $\$E\$13$

Равной:  максимальному значению  значению: 0

минимальному значению

Изменяя ячейки:  $\$A\$9:\$C\$11$

Ограничения:

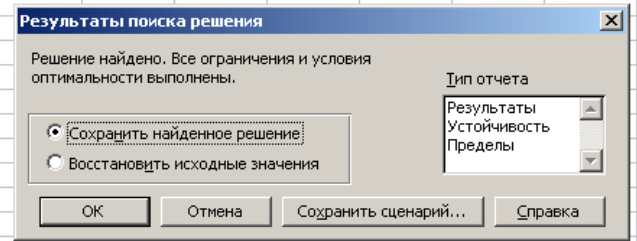
- $\$A\$12 = \$A\$13$
- $\$B\$12 = \$B\$13$
- $\$C\$12 = \$C\$13$
- $\$D\$10 = \$E\$10$
- $\$D\$11 = \$E\$11$
- $\$D\$9 = \$E\$9$

Кнопки: Выполнить, Закреть, Параметры, Восстановить, Справка

У цьому вікні натиснути **Выполнить**.

Відкриється вікно **Результаты поиска решения**

3	Матриця вартості				
4	7	6	4		
5	3	8	5		
6	2	3	7		
7					
8	Матриця рішень			Запаси	
9	0	10	110	120	120
10	90	0	10	100	100
11	0	80	0	80	80
12	90	90	120	Цільова функція	
13	90	90	120		1060
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					



Натиснути **ОК** для збереження результатів.

Рішення даної задачі лінійного програмування має такий вигляд:

	A	B	C	D	E	F
1	<b>Транспортна задача</b>					
2						
3	Матриця вартості					
4	7	6	4			
5	3	8	5			
6	2	3	7			
7						
8	Матриця рішень				Запаси	
9	0	10	110	120	120	
10	90	0	10	100	100	
11	0	80	0	80	80	
12	90	90	120		Цільова функція	
13	90	90	120		1060	
14	<b>Споживання</b>					
15						
16						

**Сформулювати висновок.**